

ESCUELA EPET N°1 DE CAUCETE

Profesores: Elmo Migani, Laura Muñoz.

Año 5°1°

Turno Tarde

Área Curricular: Resistencia de Materiales.

Tema: Geometría de las masas



Tema: Geometría de las masas

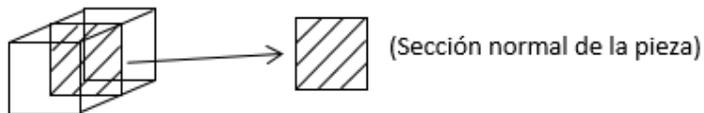
Tareas a realizar

- Leer y estudiar el apunte y el ejercicio resuelto
- Resolver los ejercicios propuestos.

Bibliografía: Estática de Pansseri.

GEOMETRÍA DE LAS MASAS

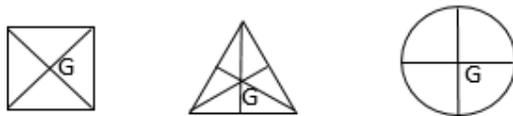
Las secciones normales de los elementos estructurales constituyen geoméricamente figuras planas.



Baricentro o centro de gravedad

Lugar donde se considera concentrado el peso del cuerpo.

Baricentro de algunas figuras simples



Baricentro de algunas figuras compuestas

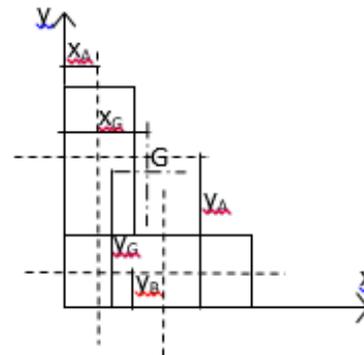
Aplicando el teorema de Varignon

$$A_T \cdot X_G = \sum A_i \cdot x_i$$

$$A_T \cdot Y_G = \sum A_i \cdot y_i$$

$$X_G = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{A_T} = \frac{A_A \cdot x_A + A_B \cdot x_B}{A_A + A_B}$$

$$Y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_T} = \frac{A_A \cdot y_A + A_B \cdot y_B}{A_A + A_B}$$



Momento estático

Es el producto de una superficie de área A por la distancia desde el baricentro de esa superficie al eje considerado.

$$\underline{S_x(\text{cm}^3) = A(\text{cm}^2) \cdot d(\text{cm})}$$

Momento de inercia

El momento de inercia de una superficie elemental respecto de un eje se define como el producto de esa superficie por el cuadrado de la distancia perpendicular desde su baricentro a al eje considerado.

$$\underline{J_x(\text{cm}^4) = A(\text{cm}^2) \cdot d^2(\text{cm}^2)}$$

En resistencia de materiales el momento de inercia representa la capacidad de la sección de ofrecer resistencia a la deformación producida por los esfuerzos de flexión.

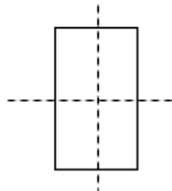
Cuanto mayor sea el momento de inercia más rígida será la sección.

Esta característica geométrica aparece en los cálculos de piezas sometidas a esfuerzo de flexión y en la verificación de pandeo.

Momentos de inercia para secciones regulares

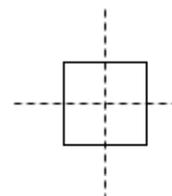
$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$J_y = \frac{b^3 \cdot h}{12}$$



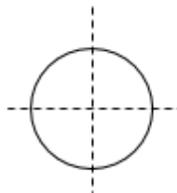
$$J_x = \frac{a^4}{12}$$

$$J_y = \frac{a^4}{12}$$



$$J_x = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$

$$J_y = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$



Momentos de inercia para secciones regulares con respecto a ejes paralelos a los ejes baricéntricos

Teorema de Steiner o de los ejes paralelos

El momento de inercia de una figura respecto a un eje es igual a la suma de sus momentos baricéntricos de un eje paralelo al anterior más el producto de su área por su distancia entre los dos ejes al cuadrado.

$$\underline{J_x = J_{x0} + A \cdot d^2}$$

Radio de giro (ρ)

Característica geométrica de la sección que relaciona el momento de inercia de la misma respecto al eje baricéntrico y su superficie.

Su valor es inversamente proporcional a la esbeltez de la pieza.

$$\rho_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad , \quad \rho_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} \quad (\text{el radio de giro es siempre medido desde el eje baricéntrico})$$

Módulo resistente

Característica geométrica que relaciona el valor del momento de inercia con la distancia al punto de la sección más alejada del eje baricéntrico.

Expresa la capacidad de resistencia de la pieza ante el esfuerzo de flexión.

$$w_x = \frac{J_x(\text{cm}^4)}{y_{\text{max}}(\text{cm})} \longrightarrow \text{Distancia desde el punto más alejado}$$

Módulo resistente para secciones regulares

$$w_x = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad ; \quad w_y = \frac{b^2 \cdot h}{6}$$

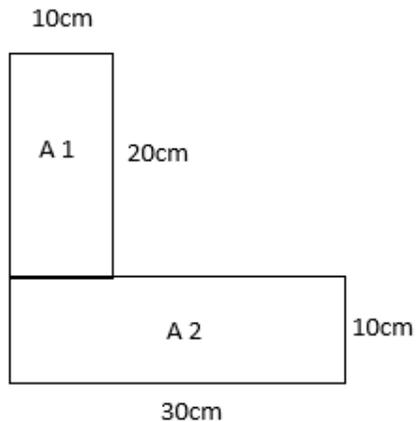
$$w_x = \frac{d^3}{32}$$

$$w_x = w_y = \frac{a^3}{6}$$

Ejercicio resuelto

1. Calcular el centro de gravedad o baricentro de la figura.

2. Calcular Momento estático.
3. Calcular Momento de inercia.
4. Calcular Modulo resistente.
5. Calcular Radio de giro.



1.

$$X_G = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{A_T} = \frac{(10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot 5\text{cm} + (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot 15\text{cm}}{(10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) + (10\text{cm} \cdot 30\text{cm})} = \underline{\underline{11\text{cm}}}$$

$$Y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A_T} = \frac{(10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot 20\text{cm} + (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot 5\text{cm}}{(10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) + (10\text{cm} \cdot 30\text{cm})} = \underline{\underline{11\text{cm}}}$$

2.

$$S_x (\text{cm}^3) = A (\text{cm}^2) \cdot d (\text{cm})$$

$$S_x (A1) = (10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot 20\text{cm} = 4000\text{cm}^3$$

$$S_x (A2) = (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot 5\text{cm} = 1500\text{cm}^3$$

$$S_x = S_x (A1) + S_x (A2) = 4000\text{cm}^3 + 1500\text{cm}^3 = \underline{\underline{5500\text{cm}^3}}$$

$$S_y (\text{cm}^3) = A (\text{cm}^2) \cdot d (\text{cm})$$

$$S_y (A1) = (10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot 5\text{cm} = 1000\text{cm}^3$$

$$S_y (A2) = (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot 15\text{cm} = 4500\text{cm}^3$$

$$S_y = S_y(A1) + S_y(A2) = 1000\text{cm}^3 + 4500\text{cm}^3 = \underline{\underline{5500\text{cm}^3}}$$

3.

$$J_x = J_{x0} + A \cdot d^2$$

$$J_x(A1) = \frac{b \cdot h^3}{12} + A \cdot d^2 = \frac{10\text{cm} \cdot (20\text{cm})^3}{12} + (10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot (9\text{cm})^2 = 22866.66\text{cm}^4$$

$$J_x(A2) = \frac{b \cdot h^3}{12} + A \cdot d^2 = \frac{30\text{cm} \cdot (10\text{cm})^3}{12} + (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot (6\text{cm})^2 = 13300\text{cm}^4$$

$$J_x = J_x(A1) + J_x(A2) = 22866.66\text{cm}^4 + 13300\text{cm}^4 = \underline{\underline{36166.66\text{cm}^4}}$$

$$J_y = J_{y0} + A \cdot d^2$$

$$J_y(A1) = \frac{b^3 \cdot h}{12} + A \cdot d^2 = \frac{(10\text{cm})^3 \cdot 20\text{cm}}{12} + (10\text{cm} \cdot 20\text{cm}) \cdot (6\text{cm})^2 = 8866.66\text{cm}^4$$

$$J_y(A2) = \frac{b^3 \cdot h}{12} + A \cdot d^2 = \frac{(30\text{cm})^3 \cdot 10\text{cm}}{12} + (30\text{cm} \cdot 10\text{cm}) \cdot (4\text{cm})^2 = 27300\text{cm}^4$$

$$J_y = J_y(A1) + J_y(A2) = 8866.66\text{cm}^4 + 27300\text{cm}^4 = \underline{\underline{36166.66\text{cm}^4}}$$

4.

$$w_x = \frac{J_x(\text{cm}^4)}{y_{\max}(\text{cm})} = \frac{36166.66\text{cm}^4}{19\text{cm}} = \underline{\underline{1903.51\text{cm}^3}}$$

$$w_y = \frac{J_y(\text{cm}^4)}{x_{\max}(\text{cm})} = \frac{36166.66\text{cm}^4}{19\text{cm}} = \underline{\underline{1903.51\text{cm}^3}}$$

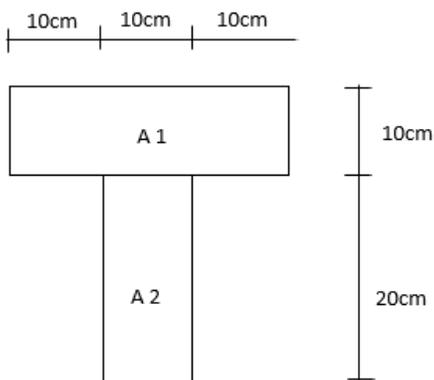
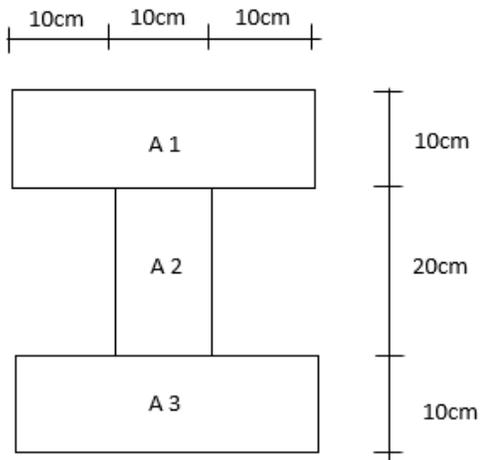
5.

$$\rho_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{36166.66\text{cm}^4}{500\text{cm}}} = \underline{\underline{8.5\text{cm}}}$$

$$\rho_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{36166.66\text{cm}^4}{500\text{cm}}} = \underline{\underline{8.5\text{cm}}}$$

Ejercicios a realizar

1. Calcular el centro de gravedad o baricentro de la figura.
2. Calcular Momento estático.
3. Calcular Momento de inercia.
4. Calcular Modulo resistente.
5. Calcular Radio de giro.



El trabajo se puede realizar en forma manuscrita de manera clara y presentarla como imagen formato gráfico jpg al correo elmomigani@gmail.com. Se debe aclarar el nombre del alumno que presenta la tarea. Cualquier duda consultar a través del correo antes citado.

Los trabajos serán evaluados cuando volvamos a clase.